

一种具有形状约束的快速 Snake 类算法

刘剑函 梁德群 王红光 田原

(西安交通大学图象处理与识别研究所, 西安 710049)

摘要 动态包络算法(Active Contour Model 又称 Snake)在希望获取目标的精确轮廓时是经常使用的一个算法。但在以往的 Snake 算法中,由于没有考虑到其总体的形状因素,加之一些干扰的影响,其包络点很可能收敛于错误的位置。这个问题在 Snake 的一些快速算法(经常是通过削弱包络点间的联系而得到的)中往往更为严重。该文在 Snake 的快速算法基础上考虑了包络总体的形状因素,使包络点间的联系得到了加强,从而提高了计算结果的可靠性,并且在实验中证实了这一点。

关键词 动态包络模型 Snake 轮廓 形状

0 引言

动态包络模型算法(Snake)现在已经愈来愈多应用在图象分析及计算机视觉等问题中。它最早是由 Kass 等人提出的^[1],被用来跟踪人嘴部的运动。由于 Snake 算法在处理局部间断的轮廓时常常能够得到很好的整体结果,所以逐渐在更多的场合中得到了应用。这类算法后来又被扩展到三维的情形,如文献[2]等。

Snake 是一条封闭的或不封闭的弹性曲线,由若干个受控点所组成的集合表示。在寻找指定的目标轮廓时(在能量方程中事先给出),它在此弹性曲线变形和运动过程中通过寻找最小能量使之逐渐由图象上的初始位置向特征位置靠拢。显而易见,这是一个非线性数值优化问题。所以应用 Snake 算法首先必须要解决两个问题:一是要选择合适的能量方程;二是要确定适当的初始包络位置(应与结果位置足够接近),否则 Snake 将收敛于错误的结果。在文献[3]中利用 Hough 变换选取 Snake 点的初始位置,而文献[4]则是利用神经网络的算法,通过人工选择一些正确的及错误的初始化点,将其送入神经网络进行训练,然后用训练后的网络指导包络的初始化和最终位置的确定。在一些情况下尽管选择了合适的初始位置,由于其附近图象特征(如灰度梯度等)变化的复杂性,也未必就能最终收敛到正确的结果。为了克服这一问题,Kol F. Lai 和 Roland T. Chin^[5]根据形状矩阵增加了一个与形状有关的能量

项,用以确定具有指定形状的目标的轮廓,并取得了较好的结果。但它是在最初的 Snake 算法基础上提出来的,具有较大的计算量($O(nm^3)$, n 是包络上的点数, m 是每个点的搜索范围),从而限制了它的应用范围。

本文的算法是基于 Donna J. Williams 和 Mubarak Shah 提出的 Snake 的快速算法(Greedy 算法)之上的,同文献[5]相比大大的减小了运算量($O(nm + nw)$)(w 为进行最小二乘法时的迭代步数)。下文在对 Greedy 算法进行了一些改进之外还利用一条逼近曲线增加了一个与总体形状相关的能量项,从而克服了 Greedy 算法中 Snake 点的整体约束能力较弱的缺点,而这个缺点往往导致其在梯度变化较为丰富的区域迭代时经常收敛于错误的位置。另外一个与文献[5]的不同之处在于本算法的约束形状并不是固定的,而是可以在迭代过程中逐渐改变的,从而具有较强的适应能力。经实验验证利用此算法取得了良好的效果。

1 Snake 算法介绍

Snake 算法的主要思想是定义一个能量函数 E_{snake} , 主要由内部能量函数 E_{int} 及外部能量函数 E_{ext} 组成。 E_{int} 考虑包络本身的连续性和各点曲率的大小; E_{ext} 则主要涉及到图象的一些具体情况,如图象灰度变化的梯度等因素。

在 Snake 由初始位置向待测轮廓逐渐靠近时,寻

找 E_{snake} 的局部极小值(在待测轮廓处)。具体地讲:

$$E_{snake} = \sum_{i=1}^N (E_{int}(i) + E_{ext}(i)) \quad (1)$$

$$E_{int} = \alpha_i \|V_i - V_{i-1}\|^2 + \beta_i \|V_{i-1} - 2V_i + V_{i+1}\|^2 \quad (2)$$

这里,

N :Snake 点的数目;

$V_i = (X_i, Y_i)$:第 i 个 Snake 点的坐标;

α_i :施加于包络上的相邻两点的连续性(张力)约束项系数;

β_i :由包络上的相邻三点决定的带状(曲率)约束项系数;

$E_{ext}(I)$:在边缘检测时通常为某种图象梯度函数。

可以看出,(2)式中第一项用来限制 Snake 上点的距离,使两点不能相距过远或过近,相当于张力;第二项则是某点与相邻两点所成夹角的函数,为曲率约束。

在二维的应用场合,下面的方程被用来通过迭代以寻找能量方程式(1)的局部极小值,

$$\begin{cases} AX + f_x(X, Y) = 0 \\ AY + f_y(X, Y) = 0 \end{cases} \quad (3)$$

这里 A 为 5 对角矩阵,它的对角带宽是 α, β 的函数,它将约束施加于相邻 5 个 Snake 点的联系之上;向量 $X = [x_1, \dots, x_N]^T, Y = [y_1, \dots, y_N]^T$ 为 N 个 Snake 点的坐标值;向量 $f_x(X, Y)$ 和 $f_y(X, Y)$ 是 E_{ext} 在每个包络点的偏微分。

例如:

$$f_x(x_i, y_i) = \partial E_{ext}(x_i, y_i) / \partial X,$$

$$f_y(x_i, y_i) = \partial E_{ext}(x_i, y_i) / \partial Y$$

由此可见,采用最初的 Snake 算法运算量是较大的,为 $O(nm^3)$ 。后来 Donna J. William 等人提出了一种快速算法^[6](称为 Greedy),将运算量降至 $O(nm)$, n 是包络点的数目, m 是在每步迭代时某点可以移动的范围大小。Greedy 算法主要是以各点能量的下降取代了利用式(3)来求 E_{snake} 的局部极小值。本文在进行迭代寻找 $\min \{E_{snake}\}$ 时,亦采用了 Greedy 算法的思想,它主要是将总体的能量下降化为每个包络点的局部下降,忽略了它们之间的关联,从而减少了运算量。但也同时降低了其抑制噪声影响的能力。

2 考虑形状因素的 Snake 算法

本节提出了用包络点的逼近曲线构造与形状相

关的能量项 E_{shape} 的算法,证明了本文所构造的并将此能量项 E_{shape} 在逼近点附近具有单调变化的特性,然后将其用于 Snake 的快速算法之中,较好地解决了 Snake 算法的稳定性与其算法复杂度之间的矛盾,这一点也在下面的实验中得到了证实。

2.1 与形状相关的能量项的构造

首先我们假设待定的轮廓形状属于某一类别的曲线(如二次曲线,多项式曲线等,当然也可以分段近似),设为 $y = f(x, b_1, b_2, \dots, b_n), b_1, b_2, \dots, b_n$ 是一些待定的参数,由这些参数可唯一地确定该函数,认为此函数在各点存在一阶导数。在选定初始包络 Net 后(设其包括 N 个点,其坐标设为 $(x_i, y_i), i = 1, \dots, N$),用最小二乘法将包络上 N 个点用曲线 $y = f(x, b_1, b_2, \dots, b_n)$ 逼近,即令:

$$Q = \sum_{i=1}^N (y_i - y_{if})^2$$

这里

$$y_{if} = f(x_i, b_1, b_2, \dots, b_n) \quad (4)$$

在使 $Q = Q_{min}$ 时求得 b_1, b_2, \dots, b_n ,这样就唯一地得到了逼近曲线。现在据此我们来构造与形状相关的能量项 E_{shape} 。主要思想是这样的:在迭代过程中包络上的点 (x_i, y_i) 应有向此逼近曲线 C 靠近的趋势,即 (x_i, y_i) 离曲线 C 越近, E_{shape} 越小。再之为了不使其偏离原先的位置太远,还应选择一个窗口 W ,使包络点趋于曲线 C 上在窗口内部分的离其本身最近的点。后面为了方便起见,将 $y = f(x, b_1, b_2, \dots, b_n)$ 记为 $y = f(x)$ 。

综合以上两个考虑,首先从 (x_i, y_i) 向 $y = f(x)$ 做一直线 S ,设直线 S 与 $y = f(x)$ 的交点为 (x_0, y_0) ,当直线 S 与 $y = f(x)$ 在点 (x_0, y_0) 处的切线垂直时, (x_i, y_i) 同 (x_0, y_0) 的距离 l 显然是最近的,此时称 (x_0, y_0) 为 (x_i, y_i) 的逼近点。易见满足这样条件的直线方程为 $y - y_i = -\frac{1}{f'(x)}(x - x_i), f'(x)$ 是函数 $y = f(x)$ 的导数。令

$$\begin{cases} f_1(x, y) = y - f(x) \\ f_2(x, y) = x + f'(x)y - x_i - f'(x)y_i \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f_1(x, y) = 0 \\ f_2(x, y) = 0 \end{cases} \quad (5)$$

当然我们可以通过解方程组(5)式求得其交点 (x_0, y_0) ,从而得到当前点与 (x_0, y_0) 的距离 l 并以此建立能量函数。但考虑到解非线性方程组的计算量,特按如下算法定义了能量项函数:设 $Q(s) =$

$\sqrt{|f_1(x(s), y(s))| + \omega |f_2(x(s), y(s))|}$, s 是 (x, y) 到 (x_0, y_0) 的距离, ω 是加权系数, 在这里 $\omega \in [0, 1]$ 。以当前点为中心取一大小为 $w \times w$ 的窗口 W , (x, y) 是 W 中任一点。显然, $Q_{\min} = Q(0) = 0$, 但在离散化的条件下, 窗口内的 Q_{\min} 却不一定为零。为了进行归一化, 我们首先在窗口 W 内寻找最大和最小的 $Q(s)$ 值, 并将其分别记为 Q_{\max} 和 Q_{\min} 。

$$\text{定义 } E_{\text{shape}} = \frac{Q(s) - Q_{\min}}{Q_{\max} - Q_{\min}} \quad (6)$$

此时 $E_{\text{shape}} \in [0, 1]$

我们希望 E_{shape} 在逼近点 (x_0, y_0) 附近随着距离 s 的减小具有单调下降的特性, 下面证明了本文设定的能量函数满足这项要求。

证明: 令

$$\begin{aligned} P(x, y) &= [f_1(x, y)]^2 + \omega [f_2(x, y)]^2 \\ &= [y - f(x)]^2 + \omega [x + f'(x)y - \\ &\quad x_i - f'(x)y_i]^2 \end{aligned} \quad (7)$$

显然 P 与 E_{shape} 具有相同的单调性, 所以下面仅就 $P(x, y)$ 进行讨论。设 (x_i, y_i) 是包络上第 i 个点, 其逼近点为 (x_0, y_0) 。 (x, y) 、 (x_i, y_i) 到 (x_0, y_0) 的距离分别为 s 和 s_i 。

此时令 $x = x_0 + s \cos \alpha$, $y = y_0 + s \sin \alpha$, $x_i = x_0 + s_i \cos \alpha_i$, $y_i = y_0 + s_i \sin \alpha_i$ 。另外, 注意到 $f'(x_0) = -\cos \alpha_i / \sin \alpha_i$ 和在 (x_0, y_0) 附近, 由 Taylor 公式, $f(x) \approx y_0 + f'(x_0)(x - x_0)$ 和 $f'(x) \approx f'(x_0)$ 。将上述内容代入(7)式, 得到 $R(s, \alpha)$, 则

$$\begin{aligned} R(s, \alpha) &= (s \sin \alpha - f'(x_0) s \cos \alpha)^2 + \\ &\quad \omega (s \cos \alpha + f'(x_0) s \sin \alpha)^2 \end{aligned} \quad (8)$$

$$\therefore \frac{\partial R(s, \alpha)}{\partial \alpha} = 2[(\sin \alpha - f'(x_0) \cos \alpha)^2 + \omega (\cos \alpha + f'(x_0) \sin \alpha)^2] s \geq 0$$

由此可知, 在 (x_0, y_0) 附近, E_{shape} 随着 (x, y) 到 (x_0, y_0) 的距离的变化而具有单调递增的特性。

2.2 算法描述

E_{snake} 在这里由 4 部分组成, 它们是: E_{con} , E_{curv} , E_{img} 和 E_{shape} , 这 4 项分别代表连续性约束, 曲率约束, 图象特征约束(通常是梯度的函数)和形状约束。

(1) 连续性约束 E_{con} : 设包络相邻点间的平均距离为 $aver$, 第 i 点和第 $i-1$ 点的距离设为 d_i (欧氏距离), 令 $D_i = |d_i - aver|$ 。在设定的包含第 i 点搜索范围 M 内, 寻找最大的 D_i , 记为 D_{\max} 。定义 $E'_{\text{con}} = \frac{D_i}{D_{\max}}$ 。

(2) 曲率约束 E_{curv} : 计算 $C_i = (x_{i-1} - 2x_i + x_{i+1})^2 + (y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1})^2$, x_j, y_j ($j = i-1, i, i+1$) 是包络上对应点的坐标值。同样在设定的包含第 i 点搜索范围 M 内寻找最大的 C_i , 记为 C_{\max} 。定义 $E'_{\text{curv}} = \frac{C_i}{C_{\max}}$ 。

(3) 图象特征约束 E_{img} : 在搜索范围 M 内计算图象的梯度 G_i (用 Sobel 算子), 并得到其最大和最小值 G_{\max} 和 G_{\min} 。与文献[6]不同的是, 本文算法在计算 E_{img} 时, 不仅考虑了梯度的大小, 而且考虑了梯度的方向。在这里, 计算了梯度方向与包络的法线方向夹角正弦的绝对值 S_i 。定义 $E'_{\text{img}} = \frac{G_{\min} - G_i}{G_{\max} - G_{\min}} + S_i$ 。

可见 $E'_{\text{img}} \in [-1, 1]$, 当 $G_i = G_{\max}$ 且 $S_i = 0$ 时 E'_{img} 取得极小值。

(4) 形状约束 E_{shape} : 见(6)式。

现将本文算法具体描述如下:

初始设置 Snake 包络的点集为 $(1, 2, \dots, N)$, 搜索范围的点集为 $(1, 2, \dots, M)$ 及系数 A_i, B_i, C_i, D_i , 用变量 ET 表示包络的总的能量和。

设定包络各点的初始位置;

选择逼近曲线的类别, 设为 $y_i = f(x_i, b_1, b_2, \dots, b_n)$ 。

do {

$ET = 0; Last_ET = BIG;$

利用最小二乘法计算 $b_1, b_2, \dots, b_n;$

for ($i = 0; i < N; i = i + 1$)

{

$E_{\min} = BIG;$

在设定的范围内计算 Q_{\max} 和 $Q_{\min};$

for ($j = 0; j < M; j = j + 1$)

{

$E_{\text{snake}} = A_i E'_{\text{con}} + B_i E'_{\text{curv}} +$

$C_i E'_{\text{img}} + D_i E'_{\text{shape}}$

if ($E_{\text{snake}} < E_{\min}$)

{

$E_{\min} = E_{\text{snake}}; j_{\min} = j;$

}

}

将第 i 点移至 j_{\min} 处;

$ET = ET + E_{\min};$

}

if ($Last_ET > ET$) $Last_ET = ET;$

} while ($Last_ET == ET$);

最小二乘法的计算选用文献[7]中介绍的迭代算法, 其计算复杂度为 $O(nw)$, w 是迭代步数, 它的大小同计算所要求的精度有关。所以综合来讲, 此算

法的算法复杂度为 $O(nm+nw)$ 。

3 实验结果

所选实验原图见图 1(a),分辨率为 256×256 ,为了显示方便起见用 128×128 的分辨率显示。上下眼帘选用二次曲线函数进行逼近,它们是: $f_1(x,y) = x^2 + b_1xy + c_1y^2 + d_1x + e_1y + f_1 = 0$ 和 $f_2(x,y) = x^2 + b_2xy + c_2y^2 + d_2x + e_2y + f_2 = 0$ 。图 1(b)是选定

的包络的初始位置,图 1(d)是 Greedy 算法的结果,图 1(c)为本文算法的结果。实验时选择 $A_i=1, B_i=1, C_i=1.2, D_i=1.5; N=14$;可以看出,选用本文算法得到了较为理想的效果。二次曲线最终的参数为:

$$\begin{aligned} b_1 &= 0.2195818, c_1 = 1.6384348, d_1 = 390.6716741 \\ e_1 &= -384.25122122, f_1 = 55913.7985547; \\ b_2 &= -0.85832351, c_2 = -3.622299362, \\ d_2 &= -286.81615407, e_2 = 951.06479869, \\ f_2 &= -24457.2871902. \end{aligned}$$

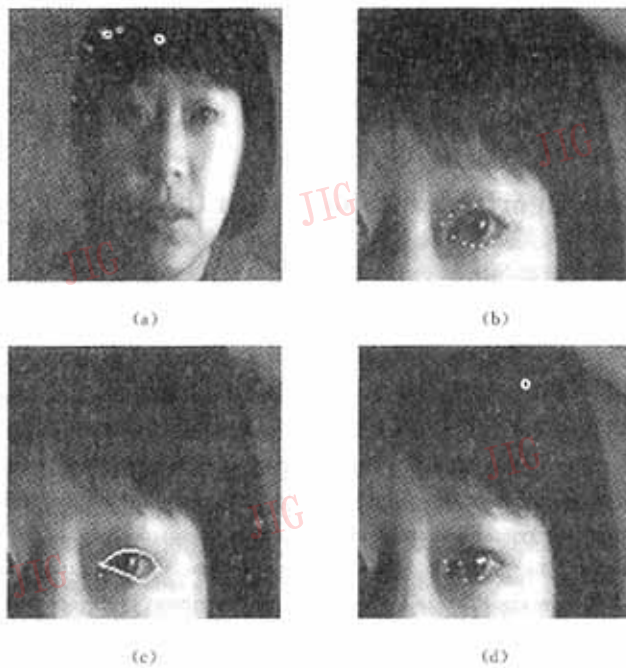


图 1

4 结论

通过以上分析可以看出,本文算法由于加强了包络点间的约束,从而较 Greedy 算法具有较好的稳定性,这种情况在在初始包络附近梯度变化较为丰富时尤其是如此。而就计算量而言,比传统的 Snake 算法则大大减小。所以说,本文提出的算法是一种具有实用意义的 Snake 类算法。

参考文献

- 1 Kass M, Within A, Tetzopoulos D. Snake: Active contour model. *Int J Comput Vision*, 1988, 321~331.
- 2 Delingette H, Hebert M, Lkeuchi K. Shape representation and

image segment using deformable surface. *Image and Vision Computing*, 1992, 10(3): 132~144.

- 3 Lai K F, Chin R T. On regularization, formulation and initialization of active contour model (snake). *IEEE Trans PAMI*, 1992, 14(1): 56~75.
- 4 Greg I, Hwang Jeng-Neng. A neural network-based stochastic active contour model (NNS-Snake) for contour finding of distinct feature. *IEEE Trans Image Processing*, 1995, 4(10).
- 5 Lai K F, Chin R T. Deformable contours: Modeling and extraction. *IEEE Trans PAMI*, 1995, 17(11): 1084~1090.
- 6 Donna J Williams, Mubarak Shah. A fast algorithm for active contour and curvature estimation. *CVGIP Image Understanding*, 1992, 55(1): 14~26.
- 7 刘钦圣. 最小二乘问题计算算法. 北京: 北京工业大学出版社, 1989, 144~148.



刘剑函 1974年生,1996年毕业于西安交通大学电子工程系,同年于西安交通大学电子与信息工程学院攻读硕士学位。主要研究方向为图象处理,模式识别,计算机视觉及数字通讯等。



王红光 1975年生,1997年毕业于西安交通大学电子与信息工程学院,同年于西安交通大学电子与信息工程学院攻读硕士学位。主要研究方向为图象目标的检测与识别,图象压缩等。

梁德群 1966年毕业于西安交通大学工业企业电气与自动化专业,后留校任教,博士生导师。主要研究方向为工业图象检测、图象压缩及数字通讯等。

田原 1965年生,1994年在西安交通大学获硕士学位,1998年6月在西安交通大学获博士学位。主要研究方向为图象处理与分割,图象目标的检测及识别等。

A Fast Algorithm of Snake with the Shape Factor

Liu Jianhan, Liang Dequn, Wang Hongguang and Tian Yuan

(Image Processing Center, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049)

Abstract The active contour model, as known as 'Snake', is often used when one wanted to get a precise contour of an object in image processing field. The Snake algorithms known before often converge to a wrong result because they have not used the whole shape factor in the procedure of finding "minimum energy position". This problem becomes more serious in some fast algorithms (these fast algorithms were usually obtained by decreasing the relation of Snake points). In this paper, a new active contour model based on a typical fast algorithm of Snake is proposed. Because the new algorithm considers the whole shape factor, the relationship among the Snake points is stronger than before and the reliability of computing result is improved. The effectiveness of the new algorithm is confirmed by the experiment in the end of this paper.

Keywords Active contour model, Snake, Contour, Shape

中国图象图形学学会技术咨询服务部成立

中国图象图形学学会经讨论研究决定成立图象图形工程技术咨询服务部,该部由吴章江研究员负责。其宗旨是发挥学会智力知识密集、人才资源雄厚的优势,面向应用、面向生产实际、急广大科技工作者之所急,为工程应用和生产实际中遇到的技术难题提供咨询服务。其主要业务范围包括:

- (1)为各行业应用图象图形技术解决生产和工程疑难问题答疑解惑。
- (2)为实施图象图形工程应用提供可行性研究、方案论证、技术分析、效益评估等,直至全面解决方案的系列服务。
- (3)图象图形新技术、新产品、新成果的推广、转让、展示、测评、推介以及营销策划、市场包装等服务。
- (4)其他与图象图形技术相关的特殊需求服务。

该部联系地址:北京海淀区花园路6号 邮编:100088

电话/传真:(010)62378784